

# 初等数学で見たピケティ「21世紀の資本」

野中善政（元宮崎大学教授）

Interpreting Piketty's "Capital in the Twenty-First Century" by elementary mathematics

NONAKA Yoshimasa

## 1. 「21世紀の資本」と「プリンキピア」

著者の専門は地学であり、経済学はまったくの門外漢である。本稿では、理科学的な視点（初等数学）からトマ・ピケティの「21世紀の資本」を考察する。

近年、世界的に貧富の差が拡大し、一部の階層に富や所得が集中する傾向が強まっていると指摘されている。トマ・ピケティの「21世紀の資本論」は一見自明な「持つ者」「持たざる者」の貧富の拡大を資本主義経済に内在するメカニズムによるものとして、その原因を確定しようとする論究である。「21世紀の資本論」が備えた、類似の経済学書に比べて際立った特徴は、過去300年間に亘る、主に欧米諸国の膨大な経済・財政データによって、その主張を裏付ける試みがなされているとともに、その主張が3つの簡単な数式（基本法則）に要約されると著者自身が解説している点であり、形式上、ニュートンの「自然哲学の原理（プリンキピア）」に擬えたものと推測される。

われわれは、必ずしも「自然哲学の原理（プリンキピア）」を読破しなくとも、ニュートンの力学（古典力学）を理解した気になれる。それは古典力学の原理が「運動の3法則」に集約され、それ以上でも以下でもないので、古典力学の基本的理解がわずか3行で済むからである。同様に「私の主張の要点は『21世紀の資本』を全部読まずともご理解いただけます！」と著者ピケティ自身が読者を導いてくれているかのようなようである。

「プリンキピア」と「21世紀の資本」の類似性は形式だけではなく、そこで用いられる概念が最初に明確に定義されている点でも似ている。ニュートンは、天体の運動を議論するに当たって、「絶対空間」と「絶対時間」の概念を導入しているが、これによって各物理量の基本単位（次元）が導入されることになる。現在よく使われる「長さ」の単位は「センチメートル(cm)」、「時間」の単位は「秒(s)」である。加えて「力」と「加速度」の比例係数として「質量」が導入されるが、その単位は「グラム(g)」であり、この3つの基本単位が全ての物理量の次元（単位）を構成する。例えば「速度」、「加速度」、「力」の単位は  $[cm/s]$ 、 $[cm/s^2]$ 、 $[g \cdot cm/s^2]$  である。

左辺・右辺の異なる物理量が等式で結びつけられる物理の方程式では、必ず両辺の物理量

の単位（次元）は同じでなければならず、もし左右の次元が異なる式があれば、それは無条件に誤った式と言える。

筆者は経済学の専門家ではないので、断言は憚れるが、経済学の基本単位は「マネー（円）」と「時間（年）」であろう。こう規定すると「21世紀の資本」に登場する経済変数は大きく分けて、(1)資本などの「ストック（円）」、(2)所得などの「フロー（円/年）」、(3)「経済成長率（円/年/年）」の3つであり、それぞれ基本物理量の「長さ」、「速度」、「加速度」に対応する。つまり「経済成長率」が「フロー」とは異なる「フローの時間変化率」、すなわち「加速度」に対応することが重要である、と個人的には思われる。運動学において「加速度」が重要な役割を果たすことに擬えられるだろう。

「21世紀の資本」では世界各国の経済データを比較して経済変動の共通点を探るため、経済変数自体ではなく、「経済変数の比」が用いられている。例えば「経済成長率  $g$ 」は、筆者の解釈では  $g = \dot{G}/G$  と定義され、「国民所得  $G$ 」、「国民所得の伸び率  $\dot{G}$ 」の単位は [円/年] [円/年/年] であるが、 $g$  の単位は [1/年] となり、マネーの単位が消える。「21世紀の資本」に登場する、もうひとつの重要な経済変数比：「資本収益率  $r$ 」は、 $r = G^c/C$  と定義され（ $G^c$ 、 $C$  はそれぞれ「資本所得（円/年）」、「資本（円）」）、経済成長率  $g$  とは異なる経済変数であるが、その次元は「経済成長率  $g$ 」と同じ [1/年] になる。物理の方程式と同様に、これらの変数が等式で結ばれる経済の方程式の両辺の単位（次元）は一致しなければならないが、「資本収益率  $r$ 」と「経済成長率  $g$ 」が両辺に対等に配置される式は、少なくとも次元的には許容し得る式である。

## 2. 資本主義経済における富の集中の原因は

ピケティは「21世紀の資本」の重要な結論のひとつとして、“歴史的事実として、資本収益率はつねに成長率  $g$  より大きい ( $r > g$ ) という不等式が成り立つと主張する”<sup>(2)</sup>。

経済成長率  $g$ 、資本収益率  $r$  はそれぞれ「労働（賃金）所得」、「資本所得」の伸び率を代表するとすれば、前者が後者を上回るとする不等式  $r > g$  は、資本を所有する「持てる者」の資本所得が「持たざる者」の「労働（賃金）所得」を上回ることを意味し、このような傾向が常時保たれれば時間とともに富が「持てる者」に集中すると解釈される<sup>(2)</sup>。

しかし「資本収益率  $r$ 」が「資本所得の伸び率」を代表するとピケティが直接述べているわけではなく、また果たして富の集中の原因が、ピケティが言うとおりの  $r > g$  によるものかについては異論も出されている。例えば小林友昭氏（経営コンサルタント）はウェブ上の「経済学教室」で、岩井克人氏（国際基督教大学客員教授）の見解として、次のように記述している<sup>(3)</sup>。

“このピケティ氏の結論に対して岩井教授は、資本家自身が持つ「貯蓄性向（消費性向）」の観点から試算が誤っていると指摘しています。その根拠とは、「同氏は資本収益率  $r$  を資本の成長率とみなすが、資本家といえども所得をすべて貯蓄（再投資）するわけではない。資本家の貯蓄率を  $s$  で表すと、資本の成長率は  $r$  ではなく、それに  $s$  を掛けた「 $s \times r$ 」だ（賃

金所得からの貯蓄は無視する)。すなわち資本家に所得や富が集中する条件は  $r > g$  ではなく「 $s \times r > g$ 」という不等式なのである。」

同記事にて、上記「 $s$ 」についての推計は、エマニュエル・サエズ米カリフォルニア大バークレー校教授らによると、米国の上位1%の資産家の貯蓄率を26%とのこと。したがって、ピケティ氏の数字の中間をとり  $r$  を4.5%、 $g$  を1.5%と仮置きすると、 $s \times r = 26\% \times 4.5\% = 1.17\%$  となり、不等式の右辺の  $g = 1.5\%$  より小さくなってしまいます。”

このことについて筆者が小川和憲氏（宮崎大学名誉教授）に意見を求めたところ、次のような回答があったことを併せて紹介する。

#### ①資本家は資本の収益を再投資するという点について

岩井氏の説では、資本家の全所得でなくその一部の貯蓄が再投資され、そのことによって資本の成長率を経済成長率より低めるということでした。しかし資本家の投資は、資本家自身の貯蓄だけではありません。株式発行等によって集めた資金も投資されます。そこで「実質的貯蓄率」という概念を導入してみます。「実質的貯蓄率」=資本家の貯蓄/資本家の収入+株式発行による資金調達/資本家の収入、とします。そこで前者を26%としても、後者が上昇していくと資本成長率は経済成長率よりも高くなる可能性があります。問題は、投資を資本家の貯蓄だけでなく、株式発行のよる資金の投資をどう考えるかというところにあるように思えます。19世紀に株式会社制度が導入されるとともに資本主義は急成長しました。そして今大量のマネーが株式等に流れ込んでいます。これが資本成長率（すなわち資本家の所得）を高めていると考えられないでしょうか。

#### ②上位1%の貯蓄率が26%というのは、すこし少なすぎる感じがします。

ピケティと岩井氏の論争で、資本家の定義が問題であるように思われます。両者の論争では、資本所得（配当、利子、地代）、企業者所得（非法人企業の所得）、賃金所得（経営者の所得、これを賃金所得というのには理解できませんが）と定義しているようです。そうすると、ここでいう資本家（すなわち資本所得者）というのは、単なる金利生活者ということになるように思われます。そうすると、岩井氏の批判もある程度有効性をもつように思われます。しかし私は資本家を単なる金利生活者だけでなく、経営者（賃金生活者？）や非法人企業の経営者も資本家に入れるべきだと思います。そうすると、資本所得者の資本収益率だけで議論するのは適当ではないのではないかと考えます。”

以上が小川氏のコメントである。「21世紀の資本」で扱われる貯蓄率  $s$  は、国民所得の内、資本（民間+公的）に回る割合を表すマクロ変数で「階層ごとの貯蓄性向」は一切考慮されていない。岩井氏はこの点を指摘しているが、小川氏が述べているように、仮に資本家の貯蓄率  $s$  を100%とすれば、不等式  $s \times r > g$  は、およそ「資本の成長率」が「経済成長率」を上回るという意味になり、ピケティ氏と岩井氏の見解の相違はなくなるが、ピケティが導

入した貯蓄率  $s$  と別種の貯蓄率  $s'$  を後出しで付け加えたことにより理論の一貫性に疑問が生じる結果となる。

いずれにしても「経済成長率  $g$ 」と「資本収益率  $r$ 」の次元は同じ [1/年] であり、「速度 (cm/s)」と「加速度 (cm/s<sup>2</sup>)」の大小を比較するわけではないので、それらの大小を比較することは許容できるが、概念としては別個の変数という疑問が生じる。

以上の問題について、初等数学の観点から筆者の意見を述べるが、その前にピケティの2つの定理（基本法則）を再掲する<sup>(1)</sup>。

第1定理（恒等式）： $\alpha = r \times \beta$

$\alpha =$  [資本所得/国民所得比 (1)] = [資本所得 (円/年)] / [国民所得 (円/年)]

$\beta =$  [資本/国民所得比 (年)] = [資本 (円)] / [国民所得 (円/年)]

$r =$  [資本収益率 (1/年)] = [資本所得 (円/年)] / [資本 (円)]

\*無次元量の単位を(1)で表わす。

第2定理（仮説）： $\beta = s/g$

$s =$  [貯蓄率 (1)] = [貯蓄 (円/年)] / [国民所得 (円/年)]

$g =$  [経済成長率(1/年)] = [国民所得の伸び率 (円/年/年)] / [国民所得 (円/年)]

筆者は次元解析の観点から第2定理を次のように解釈した。まず「貯蓄 (円/年)」は資本の伸び率に相当するので、 $s = \dot{C}/G$  とする。ここで  $G$ 、 $\dot{C}$  はそれぞれ「国民所得」、「資本の伸び率」である。また、既に述べたように、 $g = \dot{G}/G$  とおく。 $\dot{G}$  は「国民所得の伸び率」である。第2定理は公理ではなく、経済統計データによって事後的に裏付けられるべき一種の仮説と思われるが、資本  $C$  の蓄積が飽和状態に近く、 $\beta$  の時間変動が小さいという条件の下では、 $s = \dot{C}/G$  より自然に導かれる式である。

以上の定式化により、第1定理、第2定理から直ちに、 $sr = \alpha g$  という関係が導かれる。従って、 $r > g$  は  $\alpha > s$  を意味する。岩井氏らの議論 ( $s \times r < g$ ) が次元解析の観点から適切か否かであるが、 $s$  は無次元数値、 $r$ 、 $g$  は [1/年] の次元を持つ変数であり、次元解析的には許容できる。さらに、 $sr/g = \alpha < 1$  が導かれる。従って岩井氏の指摘はピケティの第1、第2定理に既に織り込み済みであると言えないこともない。

付け加えると、第1定理、第2定理に続く不等式  $r > g$  は、さしずめ第3定理と呼ぶべきものであるが、経済の変動要因の定式化であると考えれば、運動の第2法則  $ma=f$  ( $m$ 、 $a$ 、 $f$  はそれぞれ質量、加速度、力) に擬えられるだろう。

### 3. ピケティの不等式 $r > g$ は貧富差拡大の原因か

資本主義経済において、不等式  $r > g$  が富の集中、すなわち資本所得が時間の経過と共に労働所得を圧倒するに至る原因なのかどうか、岩井氏とは別の観点から考察することにする。

る。

第一に、資本主義経済における富の集中の問題に直に答えるには、経済成長率 (=国民所得の伸び率)  $g$  と資本所得の伸び率 (=  $g^c$  とする) の大小を比較すべきであろう。この点について高橋洋一氏 (元財務官僚、現嘉悦大学教授) は次のように述べている<sup>(2)</sup>。“本当なら、GDP を資本所得と労働所得に分けて、それぞれの伸び率を比較するのがわかりやすい。しかし、そんなデータは取れないから、 $g$  を労働所得の伸び率、資本収益率  $r$  を資本所得の伸び率と見なしているのである。”

しかし「21世紀の資本」<sup>(1)</sup>p231の図6-5 (以降、図6-5と呼ぶ。)には1975年から2010年の35年間に亘る「金持ち国の資本シェア (資本所得/国民所得比)」が示されており、恐らく税制改革によって、現在では、こうしたデータを得ることは可能であり、高橋氏のコメントは「100年以上遡ってはデータによる裏付けが困難である」との意味と解すべきであろう。

[資本所得/国民所得比  $\alpha = G^c/G$ ] は第1定理において既に導入された経済変数比である ( $G^c$ 、 $G$  はそれぞれ資本所得、国民所得を表す)。これにより資本所得の伸び率  $g^c = \dot{G}^c/G^c$  は、 $g^c = \dot{\alpha}/\alpha + g$  と書ける ( $\dot{\alpha}$  は  $\alpha$  の伸び率)。従って、 $\dot{\alpha}/\alpha > 0$  ならば  $g^c > g$  であり、逆も成立する。資本所得の伸び率  $g^c$  が国民所得の伸び率  $g$  より大きいとき、 $\alpha$  すなわち国民所得に占める資本所得の比率が増加するという、当然の結果が導かれるに過ぎない。それでは、 $\dot{\alpha}/\alpha > 0$  がデータによって裏付けられるだろうか? 図6-5 (P231) <sup>(1)</sup>は短周期の変動が重なっているものの、35年間に亘り、概ね  $\dot{\alpha}/\alpha > 0$  となる傾向を示し、図9-2 (P328) <sup>(1)</sup>と併せ、この35年間にアングロ・サクソン国における所得格差が進んだことが読み取れる。しかし、ここまでは不等式  $r > g$  は何の役割も果たしていない。

資本所得について大まかなデータは得られるが詳細なデータが得られない100年以上の長期に亘って同様な議論を進めようとするときに初めて不等式  $r > g$  の有用性が明らかになると推測される。不等式  $g^c > g$  に関わるのは  $\alpha$  の伸び率であるが、上に述べたように、第1、第2定理により、 $r > g$  は  $\alpha > s = \beta g$  を意味するので、 $\alpha$  の伸び率は貯蓄率  $s$  の伸び率に帰着される。もし、貯蓄率  $s$  の伸び率が小さければ (貯蓄が人間心理に根差す行為とすれば相対的に時代による変動は小さい?)、 $\ln \alpha/s > 0$ 、 $\dot{\alpha}/\alpha > \dot{s}/s \sim 0$  ( $\alpha$ 、 $s$  が単調な時間の関数という条件が必要) という推論により、 $\dot{\alpha}/\alpha > 0$  と結論される。従って、この場合、不等式  $r > g$  は不等式  $g^c > g$  と同等であり、概ねピケティが主張するとおり、富の集中 (所得格差の拡大) の原因であると考えてよい。付け加えると、貯蓄率  $s$  の伸び率が0の場合でも、 $s > 0$  すなわち貯蓄率が0でない限りは、富の集中が起こることになる。さらに「貯蓄」を「剰余価値」とみなせば、マルクス「資本論」とピケティ「21世紀の資本」の主張は一致するのかもしれない。

## 【参考文献】

- (1) トマ・ピケティ（訳）山形浩生ら（2014）『21世紀の資本』みすず書房  
著作権保護コンテンツ：「21世紀の資本」<https://www.amazon.co.jp/21世紀の資本-トマ・ピケティ/dp/4622078767>.
- (2) 高橋洋一（2015）『【図解】ピケティ入門 たった21枚の図で『21世紀の資本』は読める！』あさ出版
- (3) 小林友昭：「(経済教室) 問われる資本主義 (1) 「株主主権論」の誤りを正せ 倫理性の確認から出発を 岩井克人 国際基督教大学客員教授 — どうして経済学者の意見は一致しないのか?」, <https://keieikanrikaikei.com/author/keieikanrikaikei-com>, 2016.